第 5 講　2 次方程式

PART1　2次関数のグラフと x 軸の共有点

1　(1)　次の 2 次関数のグラフと x 軸の共有点の座標を求めよ。

(i)　$y=-x^2+2x+3$　(ii)　$y=2x^2-4x+2$　(iii)　$y=4(x-1)^2-5$

(2)　放物線 $y=3x^2-4x-1$ が x 軸から切り取る線分の長さを求めよ。

(3)　x 軸と 2 点 $(-1, 0)$, $(2, 0)$ で交わり, 点 $(3, -1)$ を通る放物線の方程式を求めよ。

Point Pickup

2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフと x 軸の共有点の x 座標は，2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の実数解である。ax^2+bx+c が $a(x-\alpha)(x-\beta)$ と因数分解できるならば，共有点の座標は $(\alpha,\ 0)$, $(\beta,\ 0)$ である。

第 5 講　PART1　確認問題

1　2 次関数 $y=-x^2+2x+8$ のグラフと x 軸の共有点の座標を求めよ。

$(\boxed{\text{アイ}},\ 0)$，$(\boxed{\text{ウ}},\ 0)$

2　2 次関数 $y=-3x^2-18x-27$ のグラフと x 軸の共有点の座標を求めよ。

$(\boxed{\text{エオ}},\ 0)$

3　2 次関数 $y=9(x-2)^2-2$ のグラフと x 軸の共有点の座標を求めよ。

$\left(\dfrac{\boxed{\text{カ}}+\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}},\ 0\right)$，$\left(\dfrac{\boxed{\text{ケ}}-\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}},\ 0\right)$

4　放物線 $y=x^2-x-1$ が x 軸から切り取る線分の長さ l を求めよ。

$l=\sqrt{\boxed{\text{シ}}}$

5　x 軸と 2 点 $(-3,\ 0)$，$(1,\ 0)$ で交わり，点 $(2,\ 10)$ を通る放物線の方程式を求めよ。

$y=\boxed{\text{ス}}x^2+\boxed{\text{セ}}x-\boxed{\text{ソ}}$

第 5 講　2 次方程式

PART1　2次関数のグラフと x 軸の共有点

1　(1)　次の 2 次関数のグラフと x 軸の共有点の座標を求めよ。

(i)　$y=-x^2+2x+3$　　(ii)　$y=2x^2-4x+2$　　(iii)　$y=4(x-1)^2-5$

(2)　放物線 $y=3x^2-4x-1$ が x 軸から切り取る線分の長さを求めよ。

(3)　x 軸と 2 点 $(-1, 0)$, $(2, 0)$ で交わり, 点 $(3, -1)$ を通る放物線の方程式を求めよ。

(1)　(i)　$y=-x^2+2x+3=-(x^2-2x-3)=-(x+1)(x-3)$　より　$(-1,\ 0)$, $(3,\ 0)$

(ii)　$y=2x^2-4x+2=2(x^2-2x+1)=2(x-1)^2$　より　$(1,\ 0)$

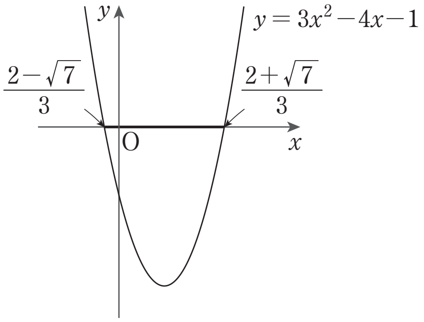
(iii)　$4(x-1)^2-5=0$ より $(x-1)^2=\dfrac{5}{4}$　　$x-1=\pm\dfrac{\sqrt{5}}{2}$　　$x=1\pm\dfrac{\sqrt{5}}{2}=\dfrac{2\pm\sqrt{5}}{2}$

よって　$\left(\dfrac{2-\sqrt{5}}{2},\ 0\right)$, $\left(\dfrac{2+\sqrt{5}}{2},\ 0\right)$

(2)　$3x^2-4x-1=0$ を解くと　$x=\dfrac{2\pm\sqrt{7}}{3}$

よって，求める線分の長さは

$$\frac{2+\sqrt{7}}{3}-\frac{2-\sqrt{7}}{3}=\frac{2\sqrt{7}}{3}$$



(3)　x 軸と 2 点 $(-1,\ 0)$, $(2,\ 0)$ で交わることより，求める放物線の方程式は

$$y=a(x+1)(x-2)$$

とおける。これが点 $(3,\ -1)$ を通るので　$-1=a\cdot4\cdot1$　　$a=-\dfrac{1}{4}$

よって，求める放物線の方程式は　$y=-\dfrac{1}{4}(x+1)(x-2)$

すなわち　$y=-\dfrac{1}{4}x^2+\dfrac{1}{4}x+\dfrac{1}{2}$

第 5 講　PART1　確認問題 解答

1

[正解] アイ：-2，ウ：4

[解説]

$$y=-x^2+2x+8=-\left(x^2-2x-8\right)$$
$$=-(x+2)(x-4)\ \text{[A]}$$

よって　$(-2,\ 0)$，$(4,\ 0)$

> [A]　2 次関数 $y=ax^2+bx+c$ のグラフと x 軸の共有点の x 座標は，2 次方程式 $ax^2+bx+c=0$ の実数解である。ax^2+bx+c が $a(x-\alpha)(x-\beta)$ と因数分解できるならば，共有点の座標は $(\alpha,\ 0)$，$(\beta,\ 0)$ である。

2

[正解] エオ：-3

[解説]

$$y=-3x^2-18x-27=-3\left(x^2+6x+9\right)$$
$$=-3(x+3)^2\ \text{[A]}$$

よって　$(-3,\ 0)$

3

[正解] カ：6，キ：2，ク：3，ケ：6，コ：2，サ：3

[解説]

$9(x-2)^2-2=0$ より　$(x-2)^2=\dfrac{2}{9}$ [A]

$$x-2=\pm\frac{\sqrt{2}}{3}$$

ゆえに　$x=2\pm\dfrac{\sqrt{2}}{3}=\dfrac{6\pm\sqrt{2}}{3}$

よって　$\left(\dfrac{6+\sqrt{2}}{3},\ 0\right)$，$\left(\dfrac{6-\sqrt{2}}{3},\ 0\right)$

4

[正解] シ：5

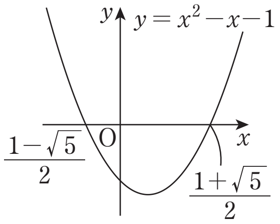
[解説]

$x^2-x-1=0$ を解くと

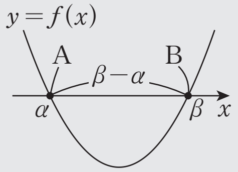
$$x=\frac{-(-1)\pm\sqrt{(-1)^2-4\cdot1\cdot(-1)}}{2}=\frac{1\pm\sqrt{5}}{2}$$

よって，求める線分の長さ l は [B]

$$l=\frac{1+\sqrt{5}}{2}-\frac{1-\sqrt{5}}{2}=\boldsymbol{\sqrt{5}}$$



[B]　グラフが x 軸から切り取る線分の長さは，下図の線分 AB の長さである。α，β（$\alpha<\beta$）は方程式 $f(x)=0$ の解で，$\beta-\alpha$ が求める線分の長さである。



5

[正解] ス：2，セ：4，ソ：6

[解説]

x 軸と 2 点 $(-3,\ 0)$，$(1,\ 0)$ で交わるから，求める放物線の方程式は

$$y=a(x+3)(x-1)$$ [C]

とおける。これが点 $(2,\ 10)$ を通るから

$$10=a\cdot5\cdot1$$

$$a=2$$

よって，求める放物線の方程式は

$$y=2(x+3)(x-1)\quad\text{すなわち}$$

$$\boldsymbol{y=2x^2+4x-6}$$

[C]　2 次関数のグラフ（放物線）と x 軸の共有点の座標 $(\alpha,\ 0)$，$(\beta,\ 0)$ がわかっているときは，$y=a(x-\alpha)(x-\beta)$ とおける。